

UN NOU OPERATOR DE RECOMBINARE DESTINAT PROGRAMELOR DE PROIECTARE OPTIMALĂ CU ALGORITMI GENETICI

Lucian TUDOSE, Daniela JUCAN
Universitatea Tehnică Cluj-Napoca

Cuvinte cheie: algoritmi genetici, operator de recombinare.

Abstract. In this paper, an improved recombination operator addressed to optimal design with Genetic Algorithms is presented. This genetic operator is based on the construction of an appropriate low of composition on each gene (variable) range.

1. ROLUL RECOMBINĂRII ÎNTR-UN ALGORITM GENETIC

Fie $x^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_j^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ și respectiv $x^{(2)} = (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_j^{(2)}, \dots, x_n^{(2)})$ doi părinți selecționați pentru împerechere după una dintre metodele cunoscute în practica algoritmilor genetici. Variabilele (genele) se consideră că iau valori în domeniile: $x_j^{(1), (2)} \in [x_j^l, x_j^u]$, pentru $(\forall) j = 1, 2, \dots, n$.

Acestor părinți li se aplică, cu o anumită probabilitate (*crossover rate* sau *recombination rate*) p_c un anumit operator de încrucișare pentru a se obține doi urmași. Valoarea probabilității de recombinare este unul dintre parametrii cei mai importanți ai unui algoritm genetic simplu. Variabilele urmașilor acestor părinți se notează cu $y_j^{(1)}$ și respectiv $y_j^{(2)}$. De remarcat faptul că urmașii a doi părinți se obțin fie aplicând operatorul de recombinare tuturor genelor, fie numai unora dintre genele indivizilor (prin setarea și a unei probabilități de recombinare p_{cg} pe genă) sau numai unei singure gene determinată aleator.

În această lucrare se prezintă modalitatea generală de obținere a unor noi operatori genetici de recombinare bazați pe construcția unei legi de compoziție pe domeniul fiecărei variabile căreia i se aplică operatorul respectiv.

2. RECOMBINAREA LC – LEGE DE COMPOZIȚIE PE DOMENIUL VARIABILEI

2.1 Generalități

În acest paragraf se prezintă metoda de a genera operatori de recombinare plecând de la observația că o operație în urma căreia se obține un urmaș, plecând de la doi părinți (2 valori ale variabilei), este de fapt o lege de compoziție pe domeniul variabilei respective.

Matematic acest lucru înseamnă că oricare ar fi $x_j^{(1)}, x_j^{(2)} \in [x_j^l, x_j^u]$ (domeniul variabilei j) rezultă că $x_j^{(1)} \circ x_j^{(2)} \in [x_j^l, x_j^u]$, unde prin „ $\circ$ ” s-a notat operatorul de recombinare, iar $x_j^{(1)} \circ x_j^{(2)}$ este urmașul obținut. În continuare se prezintă o metodă simplă de a construi astfel de legi de compoziție (operatori de recombinare), plecând de la legi de compoziție cunoscute.

Vom considera mai întâi afirmația:

Dacă „ $*$ ” este lege de compoziție pe o mulțime G și $f : G \rightarrow \Gamma$ este o bijecție, atunci operația:

$$\alpha \circ \beta = f\left(f^{-1}(\alpha) * f^{-1}(\beta)\right), (\forall) \alpha, \beta \in \Gamma \quad (1)$$

este lege de compoziție pe Γ .

Demonstrația acestei afirmații este foarte simplă: Deoarece f este bijecție există $a, b \in G$ astfel încât:

$$f(a) = \alpha \text{ și } f(b) = \beta$$

adică:

$$f^{-1}(\alpha) = a \text{ și } f^{-1}(\beta) = b$$

Cu acestea și ținând cont că „ $*$ ” este lege de compoziție pe G , pentru orice $\alpha, \beta \in \Gamma$, se poate scrie:

$$\alpha \circ \beta = f(f^{-1}(\alpha) * f^{-1}(\beta)) = f(a * b) \in \Gamma$$

și demonstrația este încheiată. Toate cele prezentate aici pot fi urmărite în figura 1.

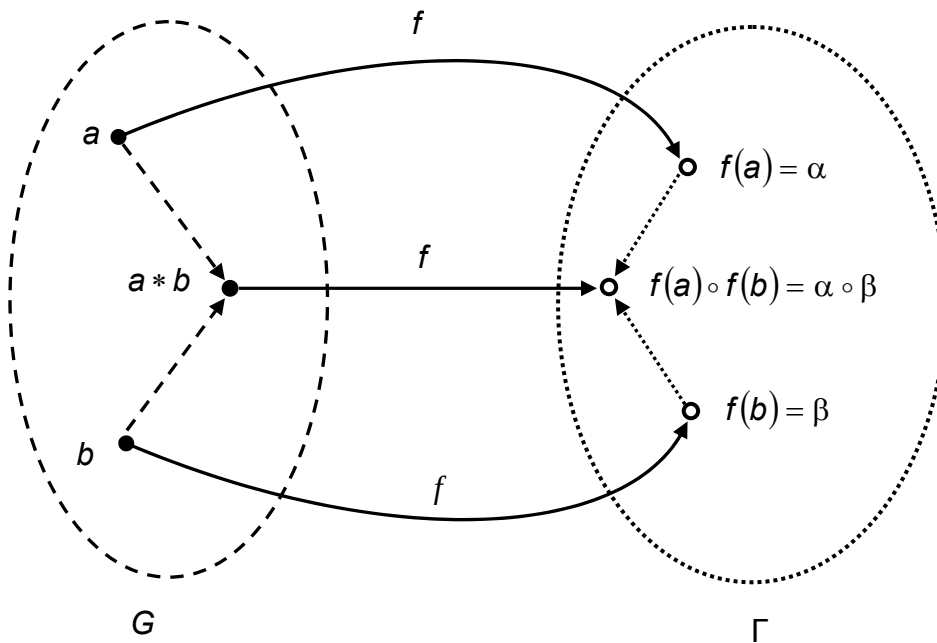


Fig. 1 Construcția unei legi de compoziție

Este interesant că, dacă $(G, *)$ este grup, prin metoda de mai sus s-a creat un nou grup $(\Gamma, \circ)$ izomorf cu $(G, *)$ (izomorfismul fiind tocmai funcția f).

Din comoditate, pentru obținerea operatorilor de recombinare se va considera intervalul $G = (-1, 1)$ pe care este definită legea de compoziție „ $*$ ” (cunoscută). Intervalele vor fi considerate deschise, iar pentru margini se va folosi prelungirea prin continuitate a operatorilor. De asemenea se consideră bijecția $f: (-1, 1) \rightarrow (x_j^l, x_j^u)$ și $f^{-1}: (x_j^l, x_j^u) \rightarrow (-1, 1)$ funcția sa inversă. Se poate construi o lege de compoziție „ $\circ$ ” pe (x_j^l, x_j^u) prin satisfacerea condiției:

$$x_j^{(1)} \circ x_j^{(2)} = f(f^{-1}(x_j^{(1)}) * f^{-1}(x_j^{(2)})), (\forall) x_j^{(1)}, x_j^{(2)} \in (x_j^l, x_j^u) \quad (2)$$

2.2 Construcția operatorului

În continuare, se va prezenta un exemplu de operator de încrucișare obținut în modul descris mai sus și pe care autorii l-au utilizat cu succes. S-a luat în considerare o binecunoscută lege de compoziție pe $G = (-1, 1)$:

$$a * b = \frac{a + b}{a \cdot b + 1}, (\forall) a, b \in (-1, 1) \quad (3)$$

Trebuie acum construită o funcție bijectivă $f : (-1, 1) \rightarrow (x_j^l, x_j^u)$. Într-o primă abordare s-a considerat o bijecție liniară crescătoare, de forma:

$$f : (-1, 1) \rightarrow (x_j^l, x_j^u), \quad f(x) = d \cdot x + m \quad (4)$$

Determinarea constantelor se face din condițiile:

$$\begin{cases} f(-1) = -d + m = x_j^l \\ f(1) = d + m = x_j^u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = \frac{x_j^u - x_j^l}{2} \\ m = \frac{x_j^u + x_j^l}{2} \end{cases} \quad (5)$$

cu mențiunea că m reprezintă mijlocul intervalului de variație a variabilei considerate, iar d reprezintă semilungimea acestui interval. Evident:

$$f^{-1} : (x_j^l, x_j^u) \rightarrow (-1, 1), \quad f^{-1}(x) = \frac{x - m}{d} \quad (6)$$

Cu acestea, se obține în final:

$$x_j^{(1)} \circ x_j^{(2)} = m + \frac{d^2 [(x_j^{(1)} - m) + (x_j^{(2)} - m)]}{(x_j^{(1)} - m)(x_j^{(2)} - m) + d^2}, (\forall) x_j^{(1)}, x_j^{(2)} \in (x_j^l, x_j^u) \quad (7)$$

Operatorul final de recombinare se obține prin prelungire prin continuitate:

$$y_j^{(1)} = \text{Off1}(x_j^{(1)}, x_j^{(2)}) = \begin{cases} x_j^u, (x_j^{(1)} = x_j^l \wedge x_j^{(2)} = x_j^u) \vee (x_j^{(1)} = x_j^u \wedge x_j^{(2)} = x_j^l) \\ m + \frac{d^2 [(x_j^{(1)} - m) + (x_j^{(2)} - m)]}{(x_j^{(1)} - m)(x_j^{(2)} - m) + d^2}, \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

Analog se poate construi și operatorul:

$$y_j^{(2)} = \text{Off2}(x_j^{(1)}, x_j^{(2)}) = \begin{cases} x_j^u, (x_j^{(1)} = x_j^l \wedge x_j^{(2)} = x_j^u) \vee (x_j^{(1)} = x_j^u \wedge x_j^{(2)} = x_j^l) \\ m - \frac{d^2 [(x_j^{(1)} - m) + (x_j^{(2)} - m)]}{(x_j^{(1)} - m)(x_j^{(2)} - m) + d^2}, \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

În figurile 2 și 3 se prezintă modul în care sunt creați urmașii cu ajutorul operatorilor genetici Off1 și Off2 pe intervalul $[2, 10]$.

2.3 Construcția operatorului modificat

Autorii au obținut bune rezultate prin modificarea acestor operatori, prin introducerea unui pregnant aspect aleatoriu. Se consideră valoarea $u \in [\alpha, 1] \subseteq [0, 1]$, generată aleator, iar operatorii modificați se obțin cu relațiile:

$$y_j^{(1)} = \text{Off1}_u(x_j^{(1)}, x_j^{(2)}) = \begin{cases} x_j^u, (x_j^{(1)} = x_j^l \wedge x_j^{(2)} = x_j^u) \vee (x_j^{(1)} = x_j^u \wedge x_j^{(2)} = x_j^l) \\ m + u \cdot \frac{d^2 [(x_j^{(1)} - m) + (x_j^{(2)} - m)]}{(x_j^{(1)} - m)(x_j^{(2)} - m) + d^2}, \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

$$y_j^{(2)} = \text{Off2}_u(x_j^{(1)}, x_j^{(2)}) = \begin{cases} x_j^u, (x_j^{(1)} = x_j^l \wedge x_j^{(2)} = x_j^u) \vee (x_j^{(1)} = x_j^u \wedge x_j^{(2)} = x_j^l) \\ m - u \cdot \frac{d^2 [(x_j^{(1)} - m) + (x_j^{(2)} - m)]}{(x_j^{(1)} - m)(x_j^{(2)} - m) + d^2}, \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

Autorii recomandă pentru α o valoare apropiată de 0,85.

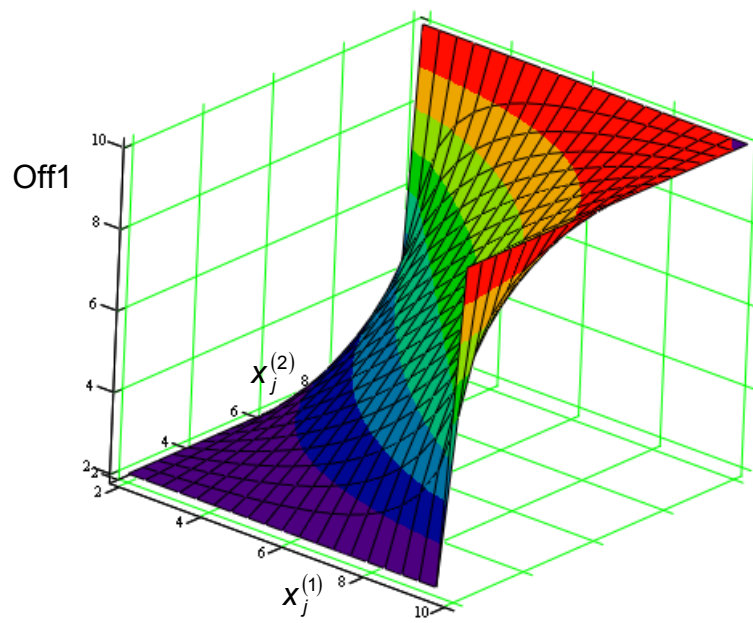


Fig. 2 Operatorul Off1

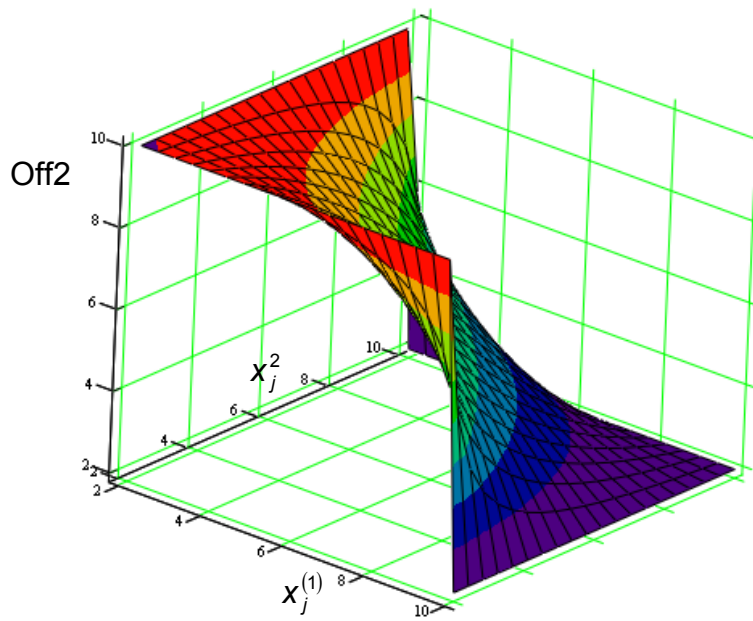


Fig. 3 Operatorul Off2

3. APLICAȚII

Se vor considera următorii doi indivizi, prezentați în tabelul 1, cu câte 3 variabile (gene, dimensiuni) de tip întreg **Error! Reference source not found.**].

Tabelul 1 Părinți formați din trei gene

	Gena 1	Gena 2	Gena 3
Părintele 1	12	25	5
Părintele 2	123	4	34
Domeniu	[0, 150]	[0, 30]	[0, 50]

Pentru cei doi părinți prezentați în tabelul 1 se realizează recombinarea folosind operatorii de mai sus. Deoarece genele sunt de tip întreg, rezultatele obținute prin aplicarea operatorilor genetici de recombinare vor fi rotunjite la cel mai apropiat întreg. Se pot imagina cel puțin trei variante:

3.1 Varianta 1

Mai întâi se realizează recombinarea tuturor genelor. Urmașii obținuți sunt prezentați în tabelul 2.

Tabelul 2 Urmașii obținuți cu operatorii Off1 și Off2 aplicați tuturor genelor

	Gena 1	Gena 2	Gena 3
Urmașul 1	43	13	10
Urmașul 2	107	17	40

3.2 Varianta 2

În această situație se urmează o recomandare cunoscută în literatură [1]:

1. Se selectează aleator una dintre gene și se aplică numai asupra ei operatorul de recombinare.
2. Până la poziția genei selectate, Urmașul 1 va moșteni genele Părintelui 1, iar Urmașul 2 va moșteni genele Părintelui 2.
3. Pentru pozițiile de după gena selectată, Urmașul 1 va moșteni genele Părintelui 2, iar Urmașul 2 va moșteni genele Părintelui 1.

De remarcat că această schemă seamănă foarte mult cu schema încrucișării indivizilor codati binar. Presupunând că gena selectată pentru acțiunea operatorului de recombinare este gena de pe poziția 1, urmașii obținuți prin acest procedeu sunt prezentați în tabelul 3.

Tabelul 3 Urmașii obținuți cu operatorii Off1 și Off2 aplicați numai genei 1 și cu interschimbarea genelor de pe pozițiile următoare

	Gena 1	Gena 2	Gena 3
Urmașul 1	43	4	34
Urmașul 2	107	25	5

3.3 Varianta 3

În această situație se urmează algoritmul:

1. Se selectează aleator una dintre gene și se aplică numai asupra ei operatorul de recombinare.
2. Genele (care nu au fost selectate pentru aplicarea operatorilor) Urmașilor 1 și 2 vor fi selectate aleator, cu păstrarea poziției, dintre genele Părintelui 1 și Părintelui 2.

Presupunând că gena selectată pentru acțiunea operatorului de recombinare este gena de pe poziția 1, urmașii obținuți prin acest procedeu sunt prezentați în tabelul 4.

Tabelul 4 Urmașii obținuți cu operatorii Off1 și Off2 aplicați numai genei 1 și cu repartizarea aleatoare pentru celelalte gene

	Gena 1	Gena 2	Gena 3
Urmașul 1	43	25	34
Urmașul 2	107	4	5

3. CONCLUZII

Acest nou operator genetic destinat recombinării a fost implementat cu succes ca modul specializat al programelor de optimizare cu Algoritmi Genetici ale Centrului de Consultanță și Proiectare Optimală a Universității Tehnice din Cluj-Napoca.

Rezultate foarte bune s-au obținut cu programele *ClusterGA* (pentru determinarea punctelor de extrem ale unei funcții multimodale) și *Genetikos* (destinat proiectării optime mono-obiectiv).

Cercetările fiind totuși la început, este greu să se facă recomandări cu privire la varianta de recombinare aleasă. Până în acest moment rezultate mai bune au fost obținute cu variantele (schemele) 3 și 2, prezentate mai sus și cu valori ale parametrului α apropiate de 0,85.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Haupt, R.L., Haupt, S.E. – Practical Genetic Algorithms, 2d ed., Wiley-Interscience publication, ISBN 0-471-45565-2, USA, 2004.
- [2] Herrera F., Lozano M., Verdegay J. L. – Tackling Real-Coded genetic algorithms: Operators and tools for Behavioural Analysis, Tech. Rep. DGICYT PB 92-0933, Department of Computer Science and Artificial Intelligence, University of Granada, Spain, mar. 1996.
- [3] Mühlenbein H., Schlierkamp-Voosen D. – Analysis of Selection, Mutation and Recombination in Genetic Algorithms, Technical Report 93-24, GMD, 1993.
- [4] Pohlheim, H. – Evolutionary Algorithms: Principles, Methods, Algorithms, Tech. Rep., Technical University Ilmenau, 1996.
- [5] Tudose, L., Pop, D., Haragăș, S., Nistor, G., Jucan, D., Pustan, M. – Proiectarea optimală a sistemelor complexe, Editura Mediamira, ISBN 973-713-076-6, Cluj-Napoca, 2006.